

**TD N° 4**  
**UEF11 – Physique 1 / Mécanique du point matériel**

**Remarque:** seulement les exercices 10,11,12,14 seront traités au td.

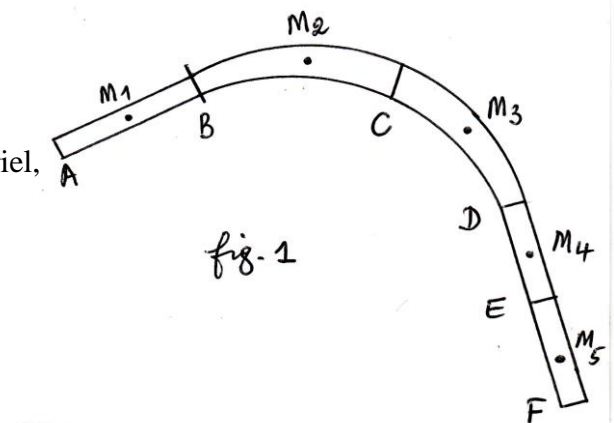
**Exercice 1 :**

- 1) Définir la notion de mouvement en mécanique et toutes les grandeurs qui y sont liées.
- 2) Définir la notion du point matériel.
- 3) Donner les méthodes de description du mouvement d'un point matériel dans un certain référentiel en montrant sur quoi est basée chaque méthode.
- 4) Quels sont les postulats du mouvement en physique classique.
- 5) Y a-t-il une différence entre les grandeurs  $\frac{dv}{dt}$  et  $\left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right|$  ?
- 6) Une particule se déplace sur son trajectoire avec une vitesse constante en valeur numérique. Peut-on trouver son accélération en se basant sur ces données ?

**Exercice 2 :** La position d'une particule est définie dans un référentiel par le vecteur position  $\vec{r}(t)$  :

- a)  $\vec{r} = at\vec{i}$  , b)  $\vec{r} = a \cos \omega t \vec{i} + a \sin \omega t \vec{j}$  , c)  $\vec{r} = btk$  , d)  $\vec{r} = bt^2 \vec{i} + c\vec{j}$  , e)  $\vec{r} = \vec{a}(t - \alpha t)$  .  
 a,  $\omega$  ,b,c, $\alpha$  sont des constantes positives,  $\vec{a}$  est un vecteur constant. Déterminer les cas, dans lesquels le mouvement de la particule :
- est rectiligne.
  - est uniforme.
  - est rectiligne uniforme.

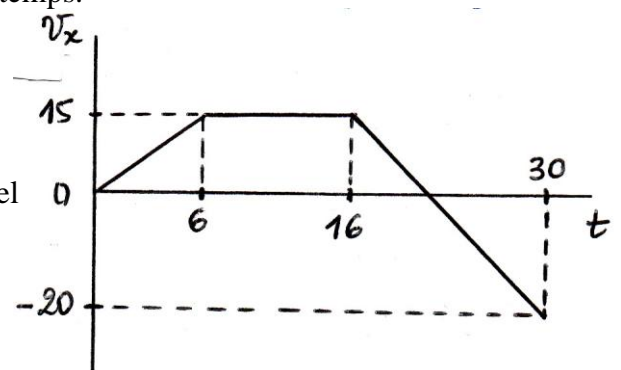
**Exercice 3 :** Une voiture assimilable à un point matériel, se déplace sur un tronçon circulaire BD d'une certaine voie (représenté par la courbe AF) après avoir parcourue la partie rectiligne AB de façon uniforme. La voiture garde sa vitesse jusqu'au point C, puis elle accélère jusqu'au point E en passant par la partie DE. Elle parcourt la partie EF de sorte qu'elle aboutit au point F avec une vitesse égale à sa vitesse sur le tronçon AB.



Représenter les vecteurs vitesse et accélération aux points  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$  de la courbe AF représentée par la figure 1.

**Exercice 4:** Dans un repère orthonormé Oxyz muni d'une base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  un point matériel se déplace suivant l'axe Ox à partir de la position  $x(t=0)=0$ , avec une vitesse dont la projection  $v_x$  est représentée par le diagramme de la figure 2. A partir de ce diagramme :

- 1) le diagramme de l'accélération  $a_x$  en fonction du temps.
- 2) étudier la nature du mouvement de ce point dans l'intervalle de temps  $[0, 30]$  .
- 3) calculer la distance parcourue par le point dans l'intervalle de temps précédent.
- 4) trouver représenter le mouvement du point matériel sur l'axe Ox en précisant les différentes étapes.



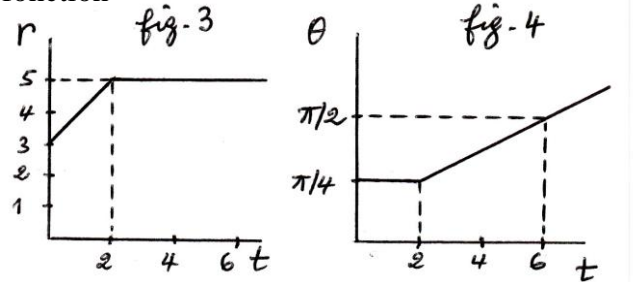
**Exercice 5 :** Un point matériel se meut dans un plan suivant les équations paramétriques dans un système cartésien carré direct lié au plan :  $x(t) = a \cos \omega t$  ,  $y(t) = \frac{b}{\omega^2} (1 - \cos \omega t)$

Tels que a, b et  $\omega$  sont des constantes positives. Trouver :

- 1) l'équation de la trajectoire dans le repère  $(O, i, j)$  lié au plan du mouvement.
- 2) Les limites du mouvement dans le plan (région de l'espace où on peut trouver la particule).
- 3) La loi du mouvement dans le système curviligne de coordonnées :  $s(t)$ .

**Exercice 6 :** La position d'une particule dans un plan est repéré à chaque instant par les coordonnées polaires  $r(t)$  et  $\theta(t)$  représentées en fonction du temps dans les diagrammes 3 et 4.

- 1) représenter la trajectoire de cette particule dans son plan de mouvement pour l'intervalle de temps  $[0, 10]$ .
- 2) étudier les différentes étapes du mouvement dans l'intervalle de temps  $[0, 10]$ .



**Exercice 7 :** La trajectoire d'une particule dans un certain repère prend la forme d'une parabole d'équation :  $y^2 = 2px$  , ( $p$  : constante positive) . La projection de sa position sur l'axe  $Oy$  se meut suivant la loi  $y = ct$  . Trouver la vitesse, l'accélération de cette particule et le rayon de courbure de sa trajectoire dans ce repère.

**Exercice 8 :** Le mouvement d'un point matériel est décrit par les équations paramétriques dans un système polaire de coordonnées :  $r(t) = be^t$  ,  $\theta(t) = t/a$  tels que a, b sont des constantes positives. Trouver la trajectoire et la loi du mouvement sur cette dernière.

**Exercice 9 :** Le mouvement d'une particule est donnée par un observateur par les équations paramétriques dans un système sphérique de coordonnées :  $r = R$  ,  $\theta = 30^\circ$  ,  $\varphi = at^2$  . Trouver :

- 1) les expressions des vecteurs vitesse  $\vec{v}$  et accélération  $\vec{a}$  dans la base sphérique  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$ ,
- 2) la trajectoire de la particule (définir toutes les caractéristiques),
- 3) l'équation de la trajectoire dans le système cartésien orthonormé de coordonnées,
- 4) la nature du mouvement de la particule.

**Exercice 10 :** Une particule est animée d'un mouvement uniforme dans un repère  $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  suivant une trajectoire circulaire de rayon  $R$  et de centre « O' » tels que  $\vec{OO'} = h\vec{k}$  dans un plan dont l'équation dans ce repère est de la forme  $z=h$  ( $h$  : constante positive). A l'instant  $t=0$  la particule occupe la position  $M_0(R, 0, h)$  et à l'instant  $t_1=0.5s$  avant de terminer le premier tour elle occupe la position  $M_1(0, R, h)$ . Trouver à un instant  $t$  quelconque les expressions du vecteur position  $\vec{r}$ , du vecteur vitesse  $\vec{v}$  et du vecteur accélération  $\vec{a}$  dans :

- 1) la base cartésienne  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .
- 2) la base intrinsèque  $(\vec{u}_t, \vec{u}_n, \vec{u}_b)$ .
- 3) la base cylindrique  $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\varphi, \vec{u}_z)$ .
- 4) la base sphérique  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$ .

Représenter ces vecteurs pour chaque cas sur des schémas différents. Déduire le rayon de courbure de la trajectoire à partir des composantes intrinsèques du vecteur accélération.

**Exercice 11 :** La position d'une particule dans un repère ( $R$ ) est donnée en coordonnées cartésiennes par les équations paramétriques suivantes :

$$x = a \cos \omega t \quad , \quad y = a \sin \omega t \quad , \quad z = v_0 t$$

Tels que  $x, y, z$  sont les composantes cartésiennes du vecteur position dans la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

Déterminer :

- 1) la trajectoire de la particule.
- 2) les équations paramétriques du mouvement de la particule dans le système de coordonnées cylindriques  $(\rho, \varphi, z)$ .
- 3) les expressions du vecteur position  $\vec{r}$ , du vecteur vitesse  $\vec{v}$  et du vecteur accélération  $\vec{a}$  dans la base cylindrique  $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\varphi, \vec{u}_z)$ .
- 4) la nature du mouvement de la particule sur son trajectoire.

**Exercice 12 :** Une particule est repérée par rapport à un observateur par ses coordonnées cartésiennes :

$$x = e^t \cos t \quad , \quad y = e^t \sin t \quad , \quad z = e^t$$

Déterminer :

- 1) l'équation de la trajectoire de la particule dans le système de coordonnées cartésiennes ainsi que l'équation de la trajectoire du point M' la projection sur le plan Oxy du point M, la position de la particule, dans le système de coordonnées polaires  $(\rho, \varphi)$ .
- 2) les expressions du vecteur vitesse  $\vec{v}$  et du vecteur accélération  $\vec{a}$  dans la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .
- 3) les expressions du vecteur position  $\vec{r}$ , du vecteur vitesse  $\vec{v}$  et du vecteur accélération  $\vec{a}$  dans la base sphérique  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$ .
- 4) le rayon de courbure en fonction de  $r$  :  $R=R(r)$ .
- 5) la distance parcourue par la particule de l'instant  $t=0$  à l'instant où le point M' la projection de M réalise un tour complet autour de Oz.

Représenter les différents vecteurs sur des schémas différents. Montrer sur la trajectoire cette distance parcourue.

**Exercice 13 :** Une tige OA, de longueur  $l$ , tourne dans un plan fixe autour d'un axe passant par le point « O » avec une vitesse angulaire constante  $\omega$ . Une deuxième tige AB de même longueur  $l$  permet de transformer le mouvement de rotation de OA en mouvement de translation si B est assujéti à se déplacer sur l'axe Ox (système bielle-manivelle). Trouver pour le point M situé sur la tige AB à une distance égale à  $d$  du point A :

1. l'équation de la trajectoire dans le repère Oxyz.
2. les expressions des vecteurs vitesse  $\vec{v}$  et accélération  $\vec{a}$ .
3. les composantes intrinsèques du vecteur accélération  $a_t$  et  $a_n$ .
4. le rayon de courbure de la trajectoire.

Quelles sont les positions du système pour lesquelles la valeur de l'accélération de B soit :

- maximale ?
- minimale ?

Représenter à ces instants les vecteurs vitesse et accélération des points A, B et M.

**Exercice 14:** La position d'une particule est repérée à chaque instant par un observateur situé au point 'O' par les coordonnées cylindriques  $(\rho, \varphi, z)$  représentées en fonction du temps par les diagrammes ci-dessous.

a) Donner la trajectoire de cette particule dans l'intervalle de temps  $[0,8]$ . Faire une représentation.

b) Trouver les expressions des vecteurs  $\vec{r}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{a}$  dans la base cylindrique  $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\varphi, \vec{u}_z)$ .

Représenter ces vecteurs en trois points des différentes trajectoires.

c) Trouver les équations paramétriques en coordonnées sphériques  $r(t)$ ,  $\theta(t)$ ,  $\varphi(t)$  dans l'intervalle de temps  $[0,8]$ .

