Université de Batna 1 — Année universitaire 2016/2017
Faculté des sciences de la matière
Socle commun 1ère année
Domaine « Sciences de la Matière »

TD N° 3

UEF11 – Physique 1 / Mécanique du point matériel

Remarque: seulement les exercices 1, 2, 3(b), 4(b), 5(b), 7 seront traités au td.

Exercice 1: Dans un repère spatial à trois dimensions muni d'une base cartésienne carrée $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on repère les points :

A(2,3,-1) , B(3,5,1) , C(4,-3,3) , D(4,-3,4) .

1. Donner l'expression des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
2. Calculer leurs modules.
3. Déterminer le vecteur unitaire $\vec{u}$ porté par le vecteur $\vec{V} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}$.
4. Montrer que les composantes du vecteur $\vec{u}$ sont les cosinus directeurs α, β, γ de $\vec{V}$.
5. Calculer le produit scalaire $\vec{AB}.\vec{CD}$ et le produit vectoriel $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{CD}$.
6. Déterminer l'angle entre $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$.
7. Trouver la projection de $\vec{CD}$ sur $\vec{V}$.

Exercice 2: Soient les vecteurs: $\vec{V_1} = -2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{V_2} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{V_3} = x\vec{i} + \vec{j} + z\vec{k}$

Calculer x et z pour que le vecteur $\vec{V_3}$ soit :

1. parallèle à $\vec{V_1}$
2. parallèle à $\vec{V_2}$
3. perpendiculaire à $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$ en même temps.

Exercice 3: Trouver les expressions des vecteurs suivants dans la base locale cylindrique $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\varphi, \vec{u}_z)$ tels que $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ représente la base cartésienne carrée :

a) $\vec{r}(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, b) $\vec{V}(x, y, z) = y\vec{i} + x\vec{j} + \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}\vec{k}$

Exercice 4: Trouver les expressions des vecteurs suivants dans la base cartésienne carrée $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ tels que $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$ représente la base locale sphérique :

a) $\vec{F}(\rho, \varphi, z) = \rho^2\vec{u}_\rho + \cos\varphi\,\vec{u}_\varphi$, b) $\vec{P}(r, \theta, \varphi) = 3r\vec{u}_r + 2\sin\varphi\,\vec{u}_\theta + 2\cos\theta\,\vec{u}_\varphi$

Exercice 5 : Trouver les expressions des vecteurs suivants dans la base locale sphérique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$ tels que $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ représente la base cartésienne carrée et $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\varphi, \vec{u}_z)$ la base locale cylindrique :

a) $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, b) $\vec{F} = \rho^2\vec{u}_\rho + \cos\varphi\,\vec{u}_\varphi$

Exercice 6: Soient le vecteur $\vec{V}(x, y, z) = y\vec{i} + z\vec{j} - 2x\vec{k}$

Donner l'expression du vecteur $\vec{V}$ dans:

a) la base locale cylindrique $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\varphi, \vec{u}_z)$, b) la base locale sphérique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$

Exercice 7 : Soient les fonctions vectorielles:

$\vec{A} = \cos t\,\vec{i} + 2t\vec{j} + 3(\exp t)\vec{k}$ et $\vec{B} = 2t^3\vec{i} + 4\sin 2t\vec{j}$ .Calculer:

$\dfrac{d\vec{A}}{dt}$, $\dfrac{d\vec{B}}{dt}$, $\dfrac{d^2\vec{A}}{dt^2}$ et $\vec{V}(t) = \int \vec{A}(t)dt$ pour $\vec{V}(t = 0) = \vec{V}_0$